

หน่วยที่ 8

แรงในสนามแม่เหล็ก

8.1 บทนำ

เมื่ออนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเช่น โปรตอน (อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวก) อิเล็กตรอน (อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าลบ) เคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก จะเกิดแรงกระทำที่อนุภาคนั้น ทำให้การเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้นเบี่ยงเบนออกไปจากแนวการเคลื่อนที่ตามปกติ จากการค้นพบนี้ ได้มีการนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในด้านต่างๆ เช่นการเบี่ยงเบนของลำอิเล็กตรอนในจอภาพโทรทัศน์เป็นต้น หรือกรณีที่น่าเสียดาคือตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านไปวางไว้ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก จะก่อให้เกิดแรงกระทำต่อเส้นลวดตัวนำนั้น ซึ่งในกรณีนี้ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในมอเตอร์ไฟฟ้า

8.2 แรงบนประจุที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

ประจุไฟฟ้าเมื่อเคลื่อนที่ผ่านสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในทิศทางหนึ่ง จะก่อให้เกิดแรงกระทำต่อประจุไฟฟ้านั้น ขนาดของแรงที่เกิดขึ้นจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของประจุไฟฟ้า ขนาดความเร็วของประจุ และความหนาแน่นของสนามแม่เหล็ก ส่วนทิศทางของแรงจะตั้งฉากกับระนาบผลคูณทางเวกเตอร์ของเวกเตอร์ความเร็วประจุกับเวกเตอร์สนามแม่เหล็กโดยให้เป็นไปตามกฎมือขวา หรือกฎสกรูเกลียวขวา ซึ่งแสดงด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B} \quad (8.1)$$

เมื่อ

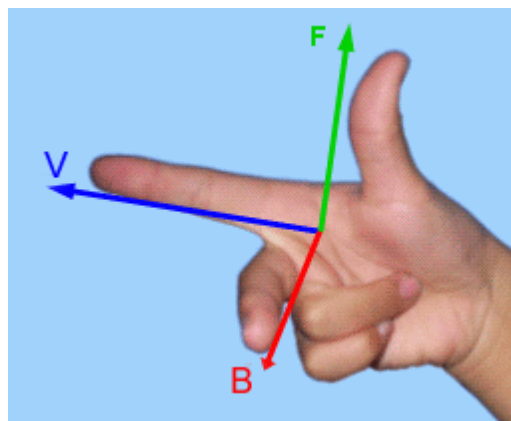
\vec{F} คือแรงสนามแม่เหล็ก มีหน่วยเป็น นิวตัน (N)

Q เป็นประจุไฟฟ้า มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (C)

\vec{v} คือเวกเตอร์ความเร็วของประจุ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

\vec{B} คือความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก มีหน่วยเป็น เวเบอร์/ตารางเมตร หรือ เทสลา (Wb/m^2 หรือ T)

จากสมการที่ (8.1) มีปริมาณเวกเตอร์สามเวกเตอร์คือ แรงสนามแม่เหล็ก (\vec{F}) ความเร็วประจุไฟฟ้า (\vec{v}) และความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก (\vec{B}) ซึ่งถ้าพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์แล้วจะมีความสัมพันธ์กันด้วยกฎมือขวาดังแสดงด้วยรูปที่ 8.1 โดยนิ้วหัวแม่มือแทนทิศทางของ \vec{F} นิ้วชี้แทนทิศทางของ \vec{v} และนิ้วกลางแทนทิศทางของ \vec{B}



รูปที่ 8.1 แสดงทิศทางของ \vec{F} , \vec{v} และ \vec{B}

ที่มา : <http://upload.srn.ac.th>

ตัวอย่างที่ 8.1 ประจุไฟฟ้าชนิดจุดตัวหนึ่งมีค่าประจุเป็น $Q = -40 \text{ nC}$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $6 \times 10^6 \text{ m/s}$ ในทิศทางที่กำหนดด้วยเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{a}_v = -0.4\hat{a}_x - 0.6\hat{a}_y + 0.64\hat{a}_z$ จงหาขนาดของแรงที่กระทำบนอนุภาคที่เคลื่อนที่นี้ด้วยสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + 5\hat{a}_z \text{ mT}$

วิธีทำ

อนุภาคประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $6 \times 10^6 \text{ m/s}$ ในทิศทางที่กำหนดด้วยเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{a}_v = -0.4\hat{a}_x - 0.6\hat{a}_y + 0.64\hat{a}_z$ ดังนั้น

$$\vec{v} = 6 \times 10^6 \hat{a}_v \quad \text{m/s}$$

จะได้

$$\vec{v} = 6 \times 10^6 (-0.4\hat{a}_x - 0.6\hat{a}_y + 0.64\hat{a}_z) \quad \text{m/s}$$

หาค่า $\vec{v} \times \vec{B}$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \vec{B} &= (6 \times 10^6)(10^{-3}) \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ -0.48 & -0.6 & 0.64 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} \\ &= (6 \times 10^6)(10^{-3}) \{ (-0.6)(5)\hat{a}_x + (0.64)(2)\hat{a}_y + (-3)(-0.48)\hat{a}_z \\ &\quad - (2)(-0.6)\hat{a}_z - (-3)(0.64)\hat{a}_x - (5)(-0.48)\hat{a}_y \} \\ &= (6 \times 10^6)(10^{-3}) \{ -3\hat{a}_x + 1.28\hat{a}_y + 1.44\hat{a}_z + 1.2\hat{a}_z + 1.92\hat{a}_x + 2.4\hat{a}_y \} \\ &= (6 \times 10^6)(10^{-3}) \{ -1.08\hat{a}_x + 3.68\hat{a}_y + 2.64\hat{a}_z \} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \vec{F} &= Q(\vec{v} \times \vec{B}) \\ &= (-40 \times 10^{-9})(6 \times 10^6)(10^{-3}) \{ -1.08\hat{a}_x + 3.68\hat{a}_y + 2.64\hat{a}_z \} \\ &= -240 \times 10^{-6} \{ -1.08\hat{a}_x + 3.68\hat{a}_y + 2.64\hat{a}_z \} \\ &= 259.2\hat{a}_x - 883.2\hat{a}_y - 633.6\hat{a}_z \quad \mu\text{N} \end{aligned}$$

ขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำกับอนุภาค

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= \sqrt{259.2^2 + (-883.2)^2 + (-633.2)^2} \\ &= 1117.44 \quad \mu\text{N} \end{aligned}$$

ตอบ 1117.44 μN

8.3 แรงบนตัวนำกระแสในสนามแม่เหล็ก

พิจารณาอาณาบริเวณหนึ่งที่มีสนามแม่เหล็ก และอาณาบริเวณนี้มีปริมาตรเล็กจิวอันหนึ่งซึ่งมีกระแสเชิงปริมาตรไหลอยู่ในปริมาตรเล็กจิวนี้ สนามแม่เหล็กดังกล่าวจะก่อให้เกิดแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อปริมาตรเล็กจิวดังนี้

$$d\vec{F} = (\vec{J} \times \vec{B}) dv \quad \text{N} \quad (8.2)$$

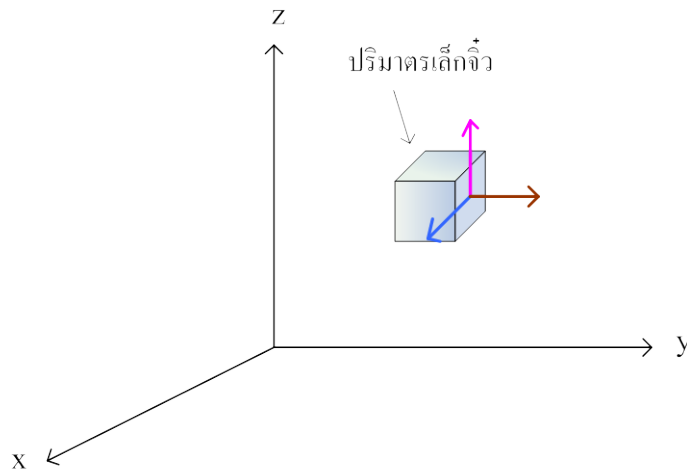
เมื่อ

$d\vec{F}$ คือแรงแม่เหล็กขนาดเล็กจิวที่กระทำต่อปริมาตรเล็กจิว มีหน่วยเป็น N

\vec{J} คือความหนาแน่นของกระแสเชิงปริมาตร มีหน่วยเป็น A/m²

\vec{B} คือความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก มีหน่วยเป็น T

dv คือปริมาตรเล็กจิว มีหน่วยเป็น m³



รูปที่ 8.2 แสดงทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อปริมาตรเล็กจิว

พิจารณารูปที่ 8.2 กำหนดความหนาแน่นกระแส \vec{J} ในทิศทาง \hat{a}_z ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก \vec{B} ในทิศทาง \hat{a}_x ด้วยหลักของกฎมือขวาจะทำให้เกิดแรงแม่เหล็กในทิศทาง \hat{a}_y ที่กระทำต่อปริมาตรเล็กจิว dv

จากสมการที่ (8.2) แรงแม่เหล็กรวมทั้งหมดที่กระทำต่อปริมาตร v จะเป็น

$$\vec{F} = \int_v (\vec{J} \times \vec{B}) dv \quad \text{N} \quad (8.3)$$

ในกรณีที่กระแสไหลในเส้นลวดตัวนำขนาดเล็กจิวที่มีความยาวสั้นจิวในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก ดังแสดงในรูปที่ 8.3 จะเกิดแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อเส้นลวดนั้นดังนี้

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B} \quad \text{N} \quad (8.4)$$

เมื่อ

$d\vec{F}$ คือแรงแม่เหล็กขนาดเล็กจิ๋วที่กระทำต่อปริมาณเล็กจิ๋ว มีหน่วยเป็น N

I คือกระแสไหลในเส้นลวดตัวนำ มีหน่วยเป็น A

$d\vec{L}$ คือเส้นลวดตัวนำความยาวสั้นๆ มีหน่วยเป็น m

\vec{B} คือความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก มีหน่วยเป็น T

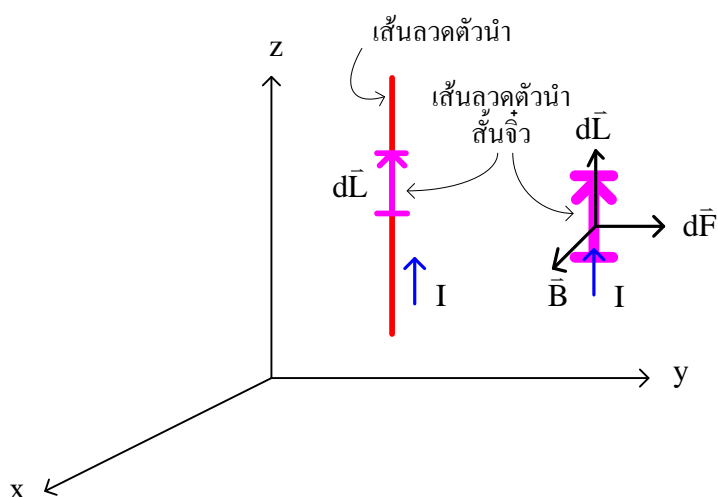
หรือ

$$\vec{F} = \oint I d\vec{L} \times \vec{B} \quad \text{N} \quad (8.5)$$

หรือเมื่อใช้คุณสมบัติของผลคูณแบบกากบาท (Cross product) จะได้

$$\vec{F} = -\oint (\vec{B} \times I d\vec{L}) \quad \text{N} \quad (8.6)$$

จากรูปที่ 8.3 ถ้าพิจารณาถึงทิศทางของเวกเตอร์ทั้งสาม โดยที่ $d\vec{L}$ ถูกกำหนดให้อยู่ในทิศทาง \hat{a}_z (ตามทิศทางการไหลของกระแส I) และ \vec{B} เป็นความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กในทิศทาง \hat{a}_x จากกฎมือขวาหรือสกรูเกลียวขวา หรือพิจารณาจากการคูณกากบาท (จาก $d\vec{L}$ ไปยัง \vec{B}) จะได้ทิศทางของ $d\vec{F}$ เป็น \hat{a}_y



รูปที่ 8.3 แสดงทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อเส้นลวดตัวนำสั้นจิ๋ว

ถ้า \vec{B} มีค่าคงที่ตลอดช่วงความยาว L ของเส้นลวดตัวนำ จะได้ค่าแรงที่กระทำต่อช่วงความยาว L ของเส้นลวดตัวนำดังกล่าวขณะที่มีกระแส I ไหลผ่านเป็น

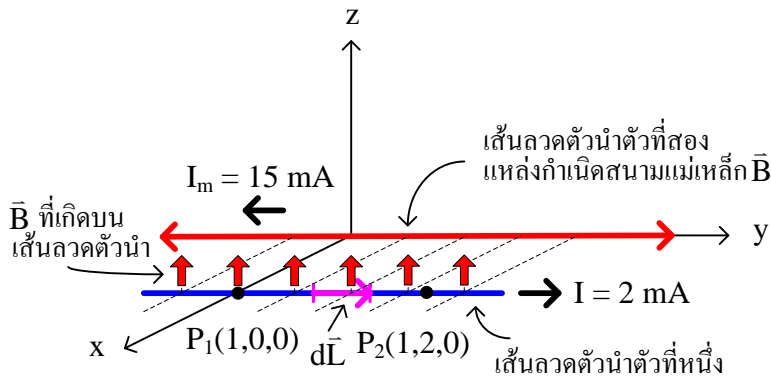
$$\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}) \quad \text{N} \quad (8.7)$$

เมื่อ \vec{L} เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีความยาว L และมีทิศทางตามทิศการไหลของกระแส I

จากสมการที่ (8.7) เมื่อพิจารณาเฉพาะขนาดของแรงแม่เหล็กตามนิยามการคูณเวกเตอร์แบบผลคูณกากบาท จะได้ดังนี้

$$F = BIL \sin \theta \quad \text{N} \quad (8.8)$$

ตัวอย่างที่ 8.2 จากรูปที่ 8.4 ลวดตัวนำตัวที่หนึ่งมีกระแสนขนาด 2 mA ไหลผ่านในทิศทาง \hat{a}_y วางตัวอยู่ที่ $x = 1 \quad z = 0$ จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดตัวนำนี้ความยาว 2 เมตร จากจุด $P_1(1,0,0)$ ถึงจุด $P_2(1,2,0)$ ที่เกิดเนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดตัวนำตัวที่สองความยาวเป็นอนันต์ วางตัวอยู่บนแกน y และมีกระแส 15 A ไหลผ่านในทิศทาง $-\hat{a}_y$



รูปที่ 8.4 แสดงสาระสำคัญของตัวอย่างที่ 8.2

วิธีทำ

สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเนื่องจากกระแสนขนาด 15 mA ในทิศทาง $-\hat{a}_y$ ณ ตำแหน่งเส้นลวดตัวนำที่หนึ่งคือ

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{I}{2\pi x} \hat{a}_z \\ &= \frac{15}{2\pi x} \hat{a}_z \quad \text{A/m} \end{aligned}$$

และทำให้ได้สนามแม่เหล็กในแนวเส้นลวดตัวนำที่หนึ่งเป็น (เมื่อ $x = 1$ ตลอดแนวเส้นลวด)

$$\vec{H} = \frac{15}{2\pi} \hat{a}_z \quad \text{A/m}$$

จะทำให้ได้

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{15}{2\pi} \hat{a}_z \\ &= 3 \times 10^{-6} \hat{a}_z \quad \text{T} \end{aligned}$$

คำนวณแรงสนามแม่เหล็กได้จาก

$$\vec{F} = -\int (\vec{B} \times I d\vec{L})$$

และ

$$I d\vec{L} = 2 \times 10^{-3} dy \hat{a}_y$$

จะได้แรงสนามแม่เหล็กที่กระทำกับลวดตัวนำเป็น

$$\vec{F} = -(2 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-6}) \int_{y=0}^2 \hat{a}_z \times dy \hat{a}_y$$

เมื่อ

$$\hat{a}_z \times \hat{a}_y = -\hat{a}_x$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -(2 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-6}) \int_{y=0}^2 dy (-\hat{a}_x) \\ &= (6 \times 10^{-9})(y|_0^2) \hat{a}_x \\ &= (6 \times 10^{-9})(2) \hat{a}_x \\ &= 12 \times 10^{-9} \hat{a}_x \\ &= 12 \hat{a}_x \quad \text{nN} \end{aligned}$$

ตอบ $12 \hat{a}_x \quad \text{nN}$

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 8

1. จงเขียนสูตรการคำนวณแรงบนประจุที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก
2. ถ้ากำหนดให้ประจุเคลื่อนที่ในทิศทาง $-\hat{a}_x$ สนามแม่เหล็กในทิศทาง $-\hat{a}_y$ แรงที่กระทำกับประจุจะมีทิศทางใด
3. จงเขียนสูตรการคำนวณแรงแม่เหล็กบนตัวนำกระแสในสนามแม่เหล็ก
4. ประจุไฟฟ้าชนิดจุดตัวหนึ่งมีค่าประจุเป็น $Q = 20 \text{ nC}$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $2 \times 10^6 \text{ m/s}$ ในทิศทางที่กำหนดด้วยเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{a}_v = 0.4\hat{a}_x - 0.6\hat{a}_y + 0.2\hat{a}_z$ จงหาขนาดของเวกเตอร์แรงที่กระตุ้นบนอนุภาคที่เคลื่อนที่นี้ ด้วยสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + 5\hat{a}_z \text{ mT}$
5. ลวดตัวนำตัวหนึ่งมีกระแสขนาด 1 mA ไหลผ่านในทิศทาง \hat{a}_z วางตัวอยู่ที่ $y = 1 \text{ x} = 0$ จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดตัวนำนี้ความยาว 1 เมตร จากจุด $P_1(0,1,0)$ ถึงจุด $P_2(0,1,1)$ ที่เกิดเนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดตัวนำตัวที่สองความยาวเป็นอนันต์ วางตัวอยู่บนแกน z และมีกระแส 5 A ไหลผ่านในทิศทาง $-\hat{a}_z$

